

제2 교시

수리 영역

성명	
----	--

수험 번호						1			
-------	--	--	--	--	--	---	--	--	--

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호와 답을 정확히 표시하시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

1. 다음 중 집합 $A = \{3, 4\}$ 와 서로소인 집합은? [2 점]

- ① $\{4\}$ ② $\{1, 3, 5\}$
 ③ $\{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$ ④ $\{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$
 ⑤ $\{x|x \text{는 } 7 \text{의 양의 약수}\}$

2. $\sqrt{2} \times \sqrt{-2} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-2}}$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$) [2 점]

- ① $-2i$ ② $-i$ ③ 0 ④ i ⑤ $2i$

3. 부등식 $|2x-4| \leq x+1$ 을 만족하는 정수 x 의 개수는? [3 점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

4. 다항식 $4x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ 을 $x^2 - x + 1$ 로 나눈 몫을 $Q(x)$ 라 할 때, $Q(1)$ 의 값은? [3 점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

5. 세 조건 p, q, r 의 진리집합을 각각 P, Q, R 라 하자.
 $(P \cup Q) \cap R = \phi$ 일 때, 다음 중 항상 참인 명제는? [3 점]

- ① p 이면 r 이다. ② q 이면 r 이다.
 ③ p 이면 $\sim r$ 이다. ④ $\sim r$ 이면 p 이다.
 ⑤ $\sim r$ 이면 q 이다.

6. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 자연수}\}$ 의 세 부분집합 P, Q, R 이
 $P = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$
 $Q = \{x | x \text{는 소수}\}$
 $R = \{x | x \text{는 홀수}\}$
 일 때, 집합 $(P^c \cup Q)^c - R$ 의 모든 원소의 합은? [3 점]

- ① 25 ② 26 ③ 27 ④ 28 ⑤ 29

7. $a > b$ 이고 $\frac{1}{a} > 1 > \frac{1}{b}$ 인 두 실수 a, b 에 대하여, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [3 점]

<보 기>

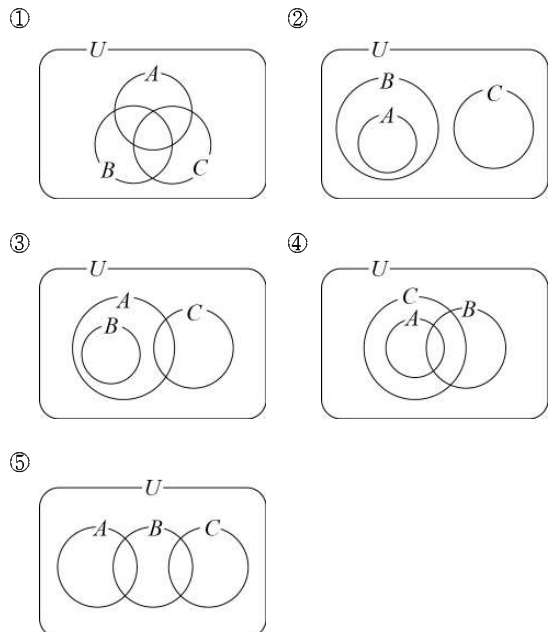
- ㄱ. $b > 1$
 ㄴ. $ab^2 > a^2b$
 ㄷ. $ab + 1 > a + b$

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

8. 전체집합 U 의 공집합이 아닌 세 부분집합 A, B, C 에 대하여
 다음은 A, B, C 의 관계를 나타낸 명제이다.

- (가) 어떤 $x \in A$ 에 대하여 $x \notin B$ 이다.
 (나) 모든 $x \in B$ 에 대하여 $x \notin C$ 이다.

세 집합 A, B, C 의 포함관계를 나타낸 다음 벤다이어그램 중 위의 두 명제가 항상 참이 되도록 하는 것은? [3 점]



9. 좌표평면 위의 한 점 A(2, 1)을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 외심은 변 BC 위에 있고 좌표가 (-1, -1)일 때, $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$ 의 값은? [3 점]

- ① 51 ② 52 ③ 53 ④ 54 ⑤ 55

10. 세 실수 x, y, z 에 대하여 조건 p 가 조건 q 이기 위한 충분조건이지만 필요조건이 아닌 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4 점]

<보 기>	
ㄱ. $p: x=0$ 이고 $y=0$	$q: x+y = x-y $
ㄴ. $p: x > y > z$	$q: (x-y)(y-z)(z-x) < 0$
ㄷ. $p: xy < 0$	$q: x + y > x+y $

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

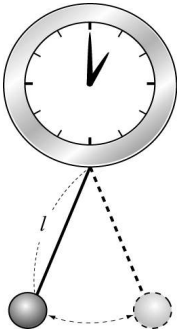
11. 다항식 $f(x) = x^4 + ax^2 - x - 2$ 를 $g(x) = x^3 + bx + 2$ 로 나눈 나머지를 $R(x)$ 라 하자. $g(x)$ 와 $R(x)$ 의 최대공약수가 $x+2$ 일 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3 점]

- ① -10 ② -7 ③ -4 ④ -1 ⑤ 2

12. 해수면과 수직인 위쪽 방향으로 크기가 $a \text{ (m/s}^2\text{)}$ 인 가속도로 운동하는 실험 기구 안에서 진자의 길이가 $l \text{ (m)}$ 인 진자 시계를 이용하여 측정한 진자의 주기 T 는

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g+a}} \quad (g \text{ (m/s}^2\text{): 중력가속도의 크기})$$

라 한다. $a=0$ 일 때 T 의 값을 A , $a=\frac{\sqrt{3}}{2}g$ 일 때 T 의 값을 B 라 할 때, $\frac{B}{A}$ 의 값은? [3 점]



- ① $\sqrt{3} - \frac{3}{2}$ ② $\sqrt{3} - 1$ ③ $1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$
 ④ $1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $2\sqrt{3} - 1$

13. 이차방정식 $x^2 + 2\sqrt{2}x - m(m+1) = 0$ 은 실근을 갖고, 이차방정식 $x^2 - (m-2)x + 4 = 0$ 은 허근을 갖도록 하는 실수 m 의 값의 범위는? [3 점]

- ① $-3 \leq m < 4$ ② $-2 < m < 6$
 ③ $0 < m \leq 7$ ④ $1 < m < 8$
 ⑤ $2 \leq m < 9$

14. 두 복소수 α, β 가

$$\alpha\bar{\alpha} = \beta\bar{\beta} = 3, (\alpha + \beta)(\overline{\alpha + \beta}) = 3$$

을 만족할 때, $(\alpha + \beta)\left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}\right)$ 의 값은? (단, $\bar{\alpha}, \bar{\beta}$ 는 각각 α, β 의 켤레복소수이다.) [4 점]

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 9

15. 자연수 n 에 대하여 집합 A_n 을

$$A_n = \{z \mid z^n = 1, z \text{는 복소수}\}$$

라 정의하자. A_n 이 다음 두 조건을 만족할 때, n 의 최솟값은?

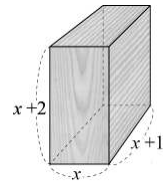
(단, $i = \sqrt{-1}$) [4 점]

$$(가) \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \in A_n$$

(나) $z \in A_n$ 이면 $-z \in A_n$ 이다.

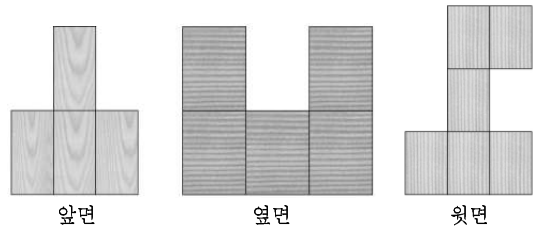
- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

16. 그림과 같이 세 모서리의 길이가 각각 $x, x+1, x+2$ 인 직육면체 모양의 블록이 있다.



블록

이 블록들을 쌓아 만든 입체도형을 앞면, 옆면, 윗면에서 바라본 모양은 다음과 같다.



이 입체도형의 부피가 $7x^3 + 28x^2 + 20x + 5$ 와 같을 때, x 의 값은? [4 점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

17. 다음은 임의의 두 실수 a, b 와 $p \geq 0, q \geq 0, p+q=1$ 을 만족하는 p, q 에 대하여

$$|ap+bq| \leq \sqrt{a^2p+b^2q}$$

임을 증명한 것이다.

<증명>

$$\begin{aligned} &|ap+bq|^2 - (\sqrt{a^2p+b^2q})^2 \\ &= a^2p(p-1) + b^2q \text{ (가)} + 2abpq \\ &= \text{(나)} p(p-1) \end{aligned}$$

$p \geq 0, q \geq 0, p+q=1$ 이므로 $p(p-1) \text{ (다)} 0$ 이다.

따라서 $|ap+bq|^2 - (\sqrt{a^2p+b^2q})^2 \leq 0$

그러므로 $|ap+bq| \leq \sqrt{a^2p+b^2q}$ 이다.

위의 증명 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [4 점]

	(가)	(나)	(다)
①	$(p-1)$	$(a+b)^2$	\leq
②	$(p-1)$	$-(a-b)^2$	\geq
③	$(q-1)$	$(a-b)^2$	\geq
④	$(q-1)$	$-(a+b)^2$	\geq
⑤	$(q-1)$	$(a-b)^2$	\leq

18. 어느 해 9월 고등학교 1학년 전국연합학력평가 수리영역에 응시한 전체 학생을 대상으로 수리영역의 성적을 분석한 결과 응시생 중 남학생의 비율은 $x\%$, 여학생의 비율은 $y\%$ 이다. 남학생들의 점수의 총합은 전체 학생의 점수의 총합의 $a\%$ 이고, 여학생들의 점수의 총합은 전체 학생의 점수의 총합의 $b\%$ 일 때, 남학생의 평균점수에 대한 여학생의 평균점수의 비의 값을 나타낸 식으로 항상 옳은 것은? [3 점]

- ① $\frac{ab}{xy}$
- ② $\frac{by}{ax}$
- ③ $\frac{bx}{ay}$
- ④ $\frac{a+b}{x+y}$
- ⑤ $\frac{ax+by}{x+y}$

19. 삼차방정식 $x^3+ax^2+bx+c=0$ 의 세 근을 α, β, γ 라 하자.

$\frac{1}{\alpha\beta}, \frac{1}{\beta\gamma}, \frac{1}{\gamma\alpha}$ 을 세 근으로 하는 삼차방정식을

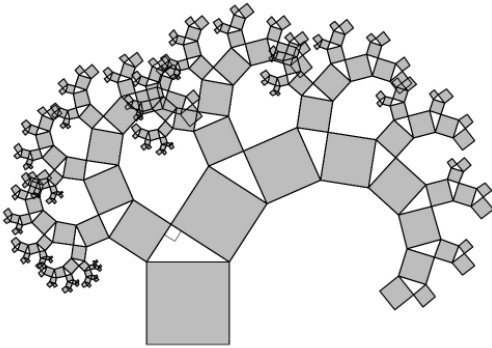
$x^3-2x^2+3x-1=0$ 이라 할 때, $a^2+b^2+c^2$ 의 값은?

(단, a, b, c 는 상수이다.) [4 점]

- ① 14
- ② 15
- ③ 16
- ④ 17
- ⑤ 18

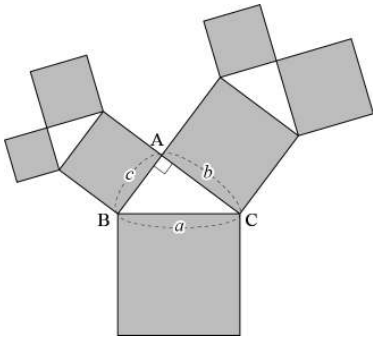
20. ‘피타고라스 나무’란 다음과 같은 규칙으로 그린 [그림 1]과 같은 도형이다.

- [단계 1] : 정사각형을 그린 후 정사각형의 한 변을 빗변으로 하는 직각삼각형을 그린다.
 [단계 2] : 직각삼각형의 나머지 두 변을 한 변으로 하는 정사각형을 각각 그린다.
 [단계 3] : [단계 2]에서 그려진 두 정사각형의 한 변을 각각 빗변으로 하는 직각삼각형을 [단계 1]에서 그린 직각삼각형과 닮음이 되도록 그린다.
 [단계 4] : [단계 2]와 [단계 3]을 계속 반복하여 그린다.



[그림 1]

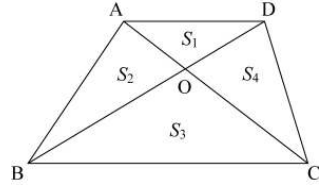
- ‘피타고라스 나무’의 일부분인 [그림 2]에서 직각삼각형 ABC의 세 변의 길이가 각각 a , b , c 이고, 정사각형 7개의 넓이의 합이 75일 때, $2abc$ 의 최댓값은? [4 점]



[그림 2]

- ① 125 ② 130 ③ 135 ④ 140 ⑤ 145

21. 그림과 같이 변 AD와 변 BC가 평행인 사다리꼴 ABCD가 있다. 두 대각선의 교점이 O일 때, $\triangle AOD$, $\triangle BOA$, $\triangle COB$, $\triangle DOC$ 의 넓이를 각각 S_1 , S_2 , S_3 , S_4 라 하자. 이때 항상 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4 점]



<보 기>

- ㄱ. $S_2 = S_4$
 ㄴ. $S_1 S_3 = S_2 S_4$
 ㄷ. 사다리꼴 ABCD의 넓이는 $(\sqrt{S_1} + \sqrt{S_3})^2$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형 (22~30)

22. 임의의 두 실수 a , b 에 대하여 연산 \odot 를
 $a \odot b = a - 3b + 2ab$
 로 정의할 때, $4 \odot 2$ 의 값을 구하시오. [2 점]

23. 좌표평면 위의 두 점 $A(2, 4)$, $B(-2, 5)$ 에 대하여 선분 AB 를 1:2로 외분하는 점의 좌표를 (x, y) 라 할 때, xy 의 값을 구하시오. [3 점]

24. 유리수 α , β 가 이차방정식 $x^2 - px + q = 0$ 의 두 근이고 $\sqrt{\alpha + \beta + 2\sqrt{\alpha\beta}} = 2 + 2\sqrt{2}$ 를 만족할 때, $p + q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 상수이다.) [3 점]

25. 등식 $x^4 - ax^2 - x + b = (x + 1)(x - 2)f(x)$ 가 x 에 대한 항등식일 때, $f(3)$ 의 값을 구하시오. [3 점]

26. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + (1 - 3m)x + 2m^2 - 4m - 7 = 0$ 의 두 근의 차가 4가 되도록 하는 실수 m 의 모든 값의 곱을 구하시오. [4 점]

27. x, y, z 에 대한 연립방정식

$$\begin{cases} 3x - y + 2z = 4 \\ x - 2y + 2z = 1 \\ ax + ay - 2z = 0 \end{cases}$$

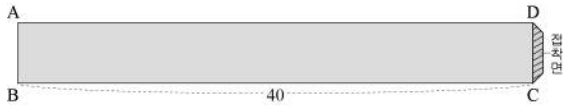
의 해가 존재하지 않도록 하는 상수 a 의 값을 구하시오. [4 점]

28. 등식

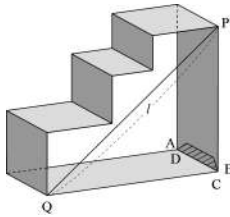
$$\frac{1}{i} - \frac{1}{i^2} + \frac{1}{i^3} - \frac{1}{i^4} + \cdots + \frac{(-1)^{n+1}}{i^n} = 1 - i$$

가 성립하도록 하는 100 이하의 자연수 n 의 개수를 구하시오.
(단, $i = \sqrt{-1}$) [4 점]

29. [그림 1]과 같이 길이가 40인 직사각형 모양의 종이띠 ABCD를 변 AB와 변 DC가 서로 맞닿도록 [그림 2]와 같은 모양으로 접어 붙였다.



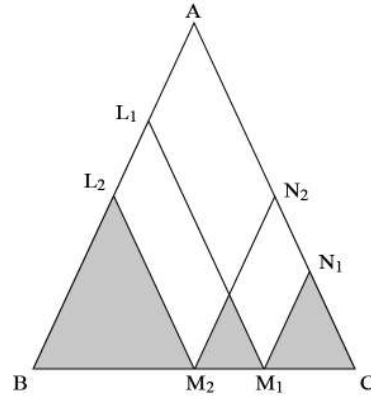
[그림 1]



[그림 2]

[그림 2]에서 꼭짓점 P와 꼭짓점 Q 사이의 거리를 l 이라 할 때, l^2 의 최솟값을 구하시오. (단, [그림 2]의 모든 면은 서로 수직이거나 평행이다.) [4 점]

30. $\overline{AB} = \overline{AC} = 4$ 인 이등변삼각형 ABC가 있다. 그림과 같이 변 AB 위에 두 점 L_1, L_2 를 잡고, 점 L_1, L_2 에서 변 AC와 평행한 직선을 그어 변 BC와 만나는 점을 각각 M_1, M_2 라 하고, 또한 점 M_1, M_2 에서 변 AB와 평행한 직선을 그어 변 AC와 만나는 점을 각각 N_1, N_2 라 하자.



$\overline{AL_1} \cdot \overline{L_2B} = 1$ 이고 어두운 부분 전체의 넓이가 삼각형 ABC의 넓이의 $\frac{1}{2}$ 이 되도록 두 점 L_1, L_2 를 잡을 때, $15 \overline{L_1L_2}$ 의 값을 구하시오. [4 점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.